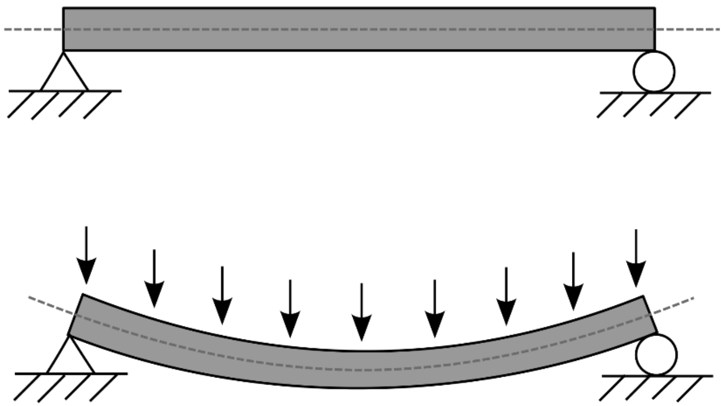
CONTROLUL DEFORMAŢIILOR



Dr. NAGY-GYÖRGY Tamás
Profesor

E-mail:
tamas.nagy-gyorgy@upt.ro

Tel:
+40 256 403 935

Web:
http://www.ct.upt.ro/users/TamasNagyGyorgy/index.htm

Office:
A219

1. CONSIDERAȚII GENERALE

2. CONTROLUL DEFORMAŢIILOR PRIN CALCULUL SIMPLIFICAT

3. CONTROLUL DEFORMAŢIILOR FĂRĂ CALCUL DIRECT

1. General considerations / Consideraţii generale

Cerințele în SLS → asigurarea unei rigidităţi corespunzătoare elementelor structurale

Rigiditatea (EI) → mărime abstractă → **verificarea deformaţiilor**

Deformaţiile elementelor structurale trebuie să asigure:

- **evitarea senzaţiei de insecuritate** din cauza deformaţiilor excesive, deşi securitatea nu este afectată;

- **aspectul** elementelor respective;

- **buna funcţionare** a echipamentelor şi/sau aparatelor existente în clădire;

- **integritatea elementelor** nestructurale
  - pereţi despărţitori uşori
  - geamuri
  - placaje ale pereţilor
  - utilităţi
  - finisaje

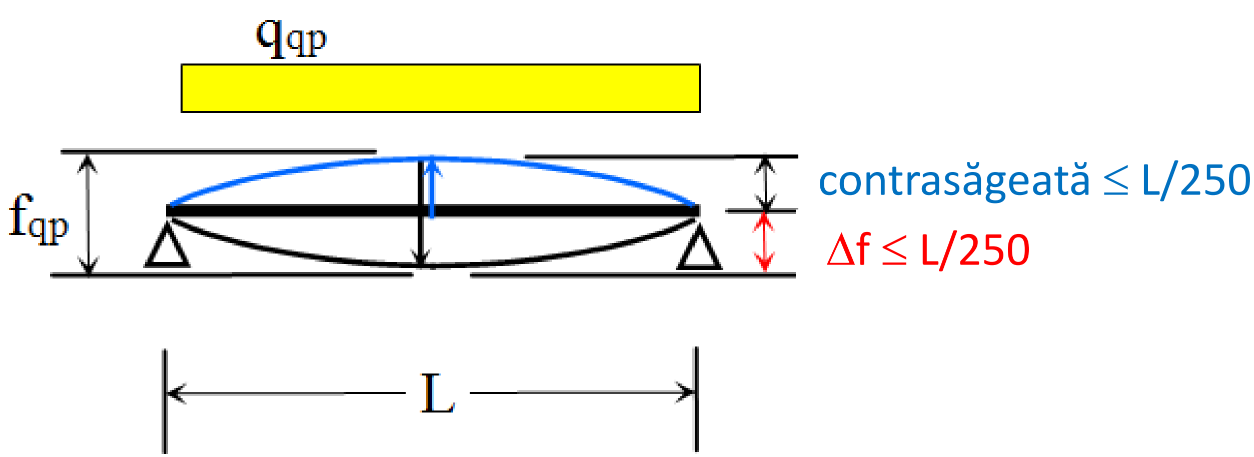
1. General considerations / Considerații generale

Aspectul şi funcţionarea generală a structurii nu vor fi afectate, dacă

$$\boldsymbol{f \leq L/250}$$

f - săgeata calculată din combinația cvasipermanentă $(G + \psi_2 Q_k)$
L - deschiderea elementului

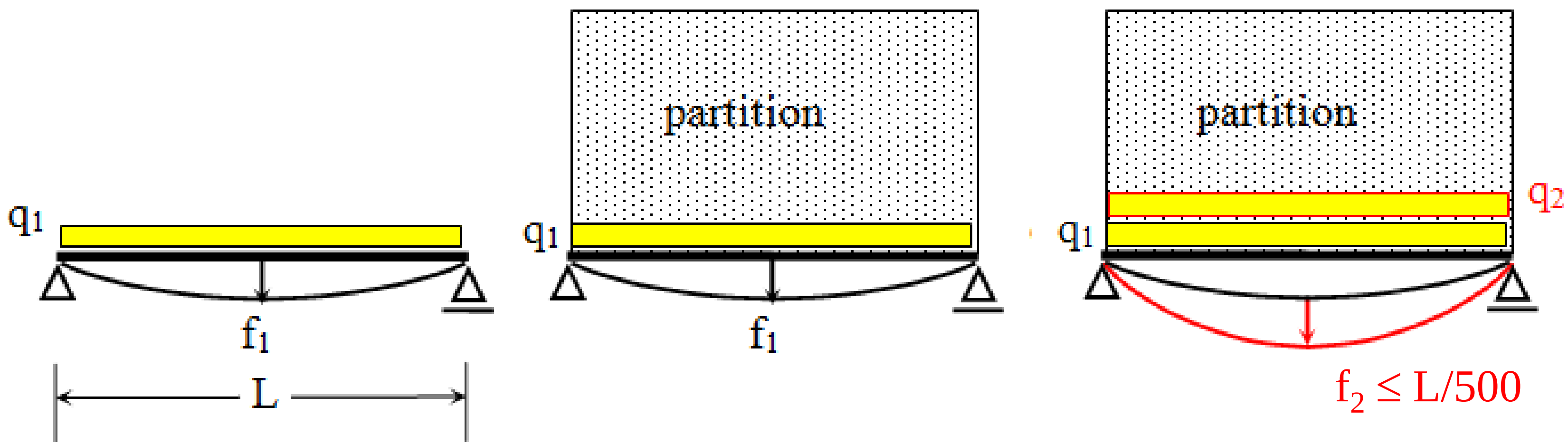
Deformata în raport cu linia reazemelor poate fi redusă prin utilizarea contrasăgeţilor (cu valoare limitată), realizate la turnarea elementului



(Prof. Clipii)

1. General considerations / Consideraţii generale

Limitarea creşterii săgeţii Δf, sub încărcările cvasipermanente, la valoarea $\Delta f_{lim} = L/500$ este considerată satisfăcătoare pentru cele mai multe situaţii.



(Prof. Clipii)

1. General considerations / Consideraţii generale

Controlul deformaţiilor se face prin:

- limitarea raportului L/d
- calculul săgeţii f, sau a variaţiei Δf, şi compararea lor cu anumite valori limită

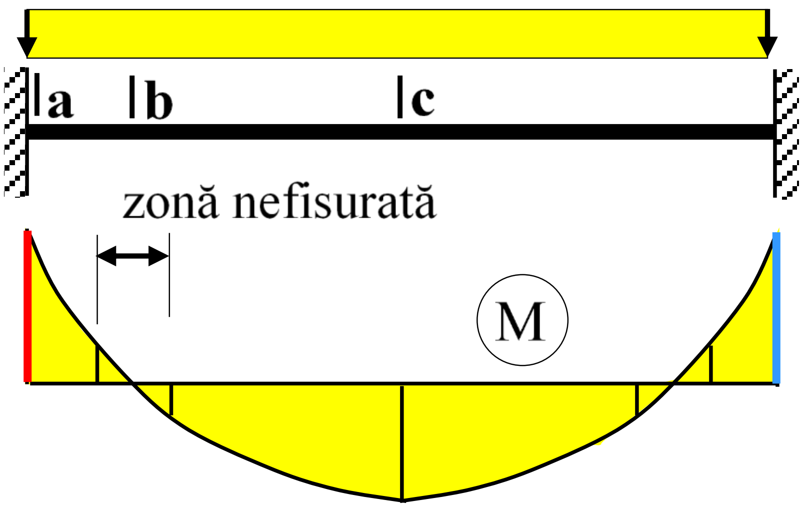
Verificarea prin calcul este necesară pentru:
- elementele la care condiţia privind limitarea raportului L/d nu este satisfăcută
- cazurile unde se aplică alte limite

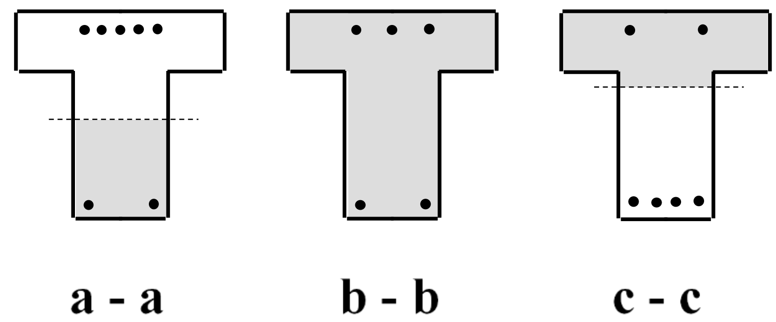
Săgeţile se pot determina după regulile structurilor omogene, elastice, dar luând în considerare:
- starea de fisurare care determină o **rigiditate variabilă** în lungul elementului chiar dacă secţiunea transversală este constantă;
- **curgerea lentă a betonului**;
- curbarea elementului sub efectul **contracţiei împiedicate a betonului**, generată de armătură.

(Prof. Clipii)

1. General considerations / Considerații generale

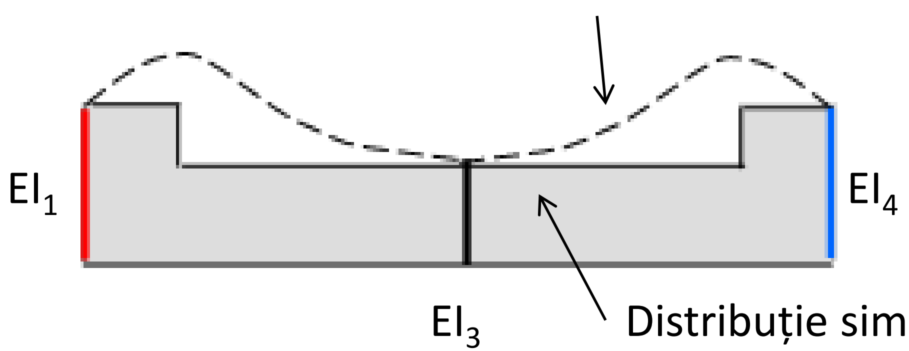
Considerarea variaţiei rigidităţii în lungul elementului





Abordare simplificată:

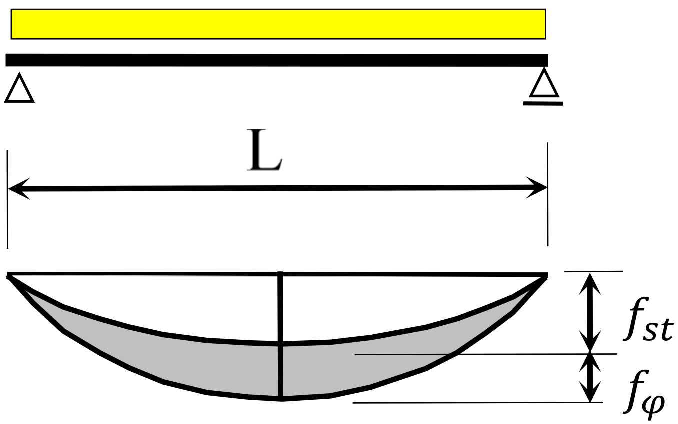
- rigiditate constantă în lungul diagramei de moment
- pe intervalul specificat se va considera valoarea rigidității corespunzătoare momentului încovoietor maxim



(Prof. Clipii)

1. General considerations / Considerații generale

Considerarea curgerii lente → săgeata poate fi de 3...5 ori mai mare decât săgeata corespunzătoare încărcării de scurtă durată



$$f = f_{st} + f_{\varphi}$$

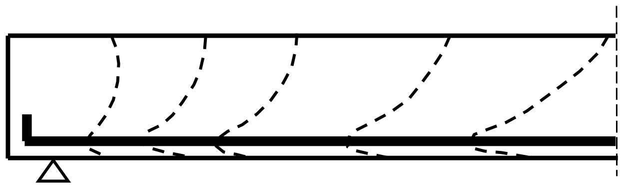
$$f_{\varphi} = \varphi(\infty, t_0) f_{st}$$

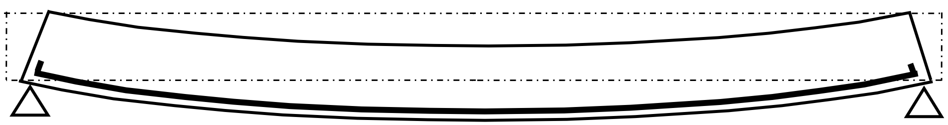
$$f = [1 + \varphi(\infty, t_0)] f_{st}$$

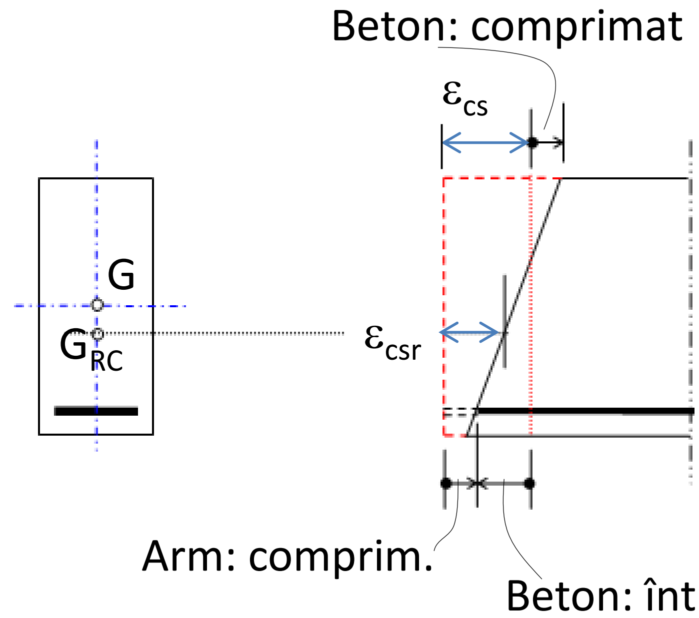
(Prof. Clipii)

1. General considerations / Consideraţii generale

Considerarea contracţiei împiedicate a betonului

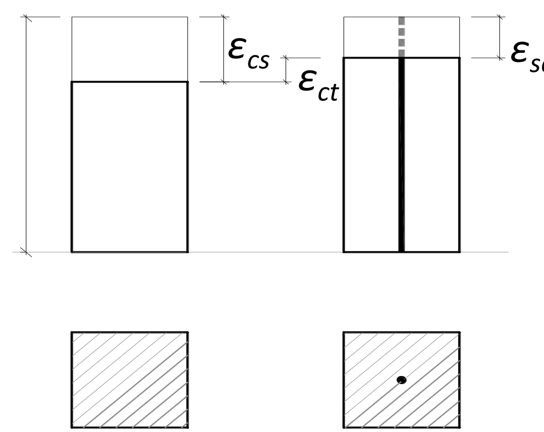






G	- centrul de greutate al secțiunii de beton
G_{RC}	- centrul de greutate al secțiunii de beton armat
ε_{cs}	- contracția neîmpiedicată
ε_{csr}	- contracția betonului armat la nivelul G_{RC}

$$\varepsilon_{sc} = \frac{\varepsilon_{cs}}{1 + \rho \cdot \alpha_e}$$



(Prof. Clipii)

1. General considerations / Considerații generale

Estimarea deformaţiilor:

1. Controlul deformațiilor fără calcule

2. Verificarea defomațiilor prin calcule

- analiză riguroasă, prin integrarea deformațiilor în lungul elementului

- analiză simplificată:
    - afinitatea dintre diagrama momentului încovoietor şi cea a deformaţiilor
    - din constatarea că elementul consumă o parte din deformaţii în timp ce se află în stadiul nefisurat, iar o altă parte, în stadiul fisurat

→ se bazează pe curbura elementului, care este rezultatul însumării dintre curbura produsă de încărcări şi cea generată de contracţia betonului.

1. CONSIDERAȚII GENERALE

2. CONTROLUL DEFORMAŢIILOR PRIN CALCULUL SIMPLIFICAT

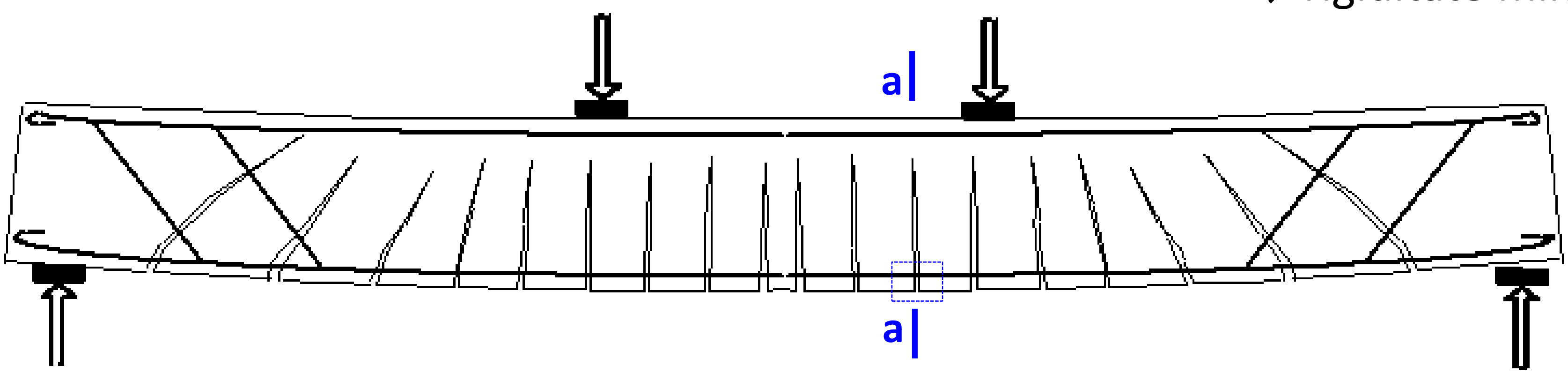
3. CONTROLUL DEFORMAŢIILOR FĂRĂ CALCUL DIRECT

CONTROLUL DEFORMAŢIILOR PRIN CALCULUL SIMPLIFICAT

Se definesc două situații limită:

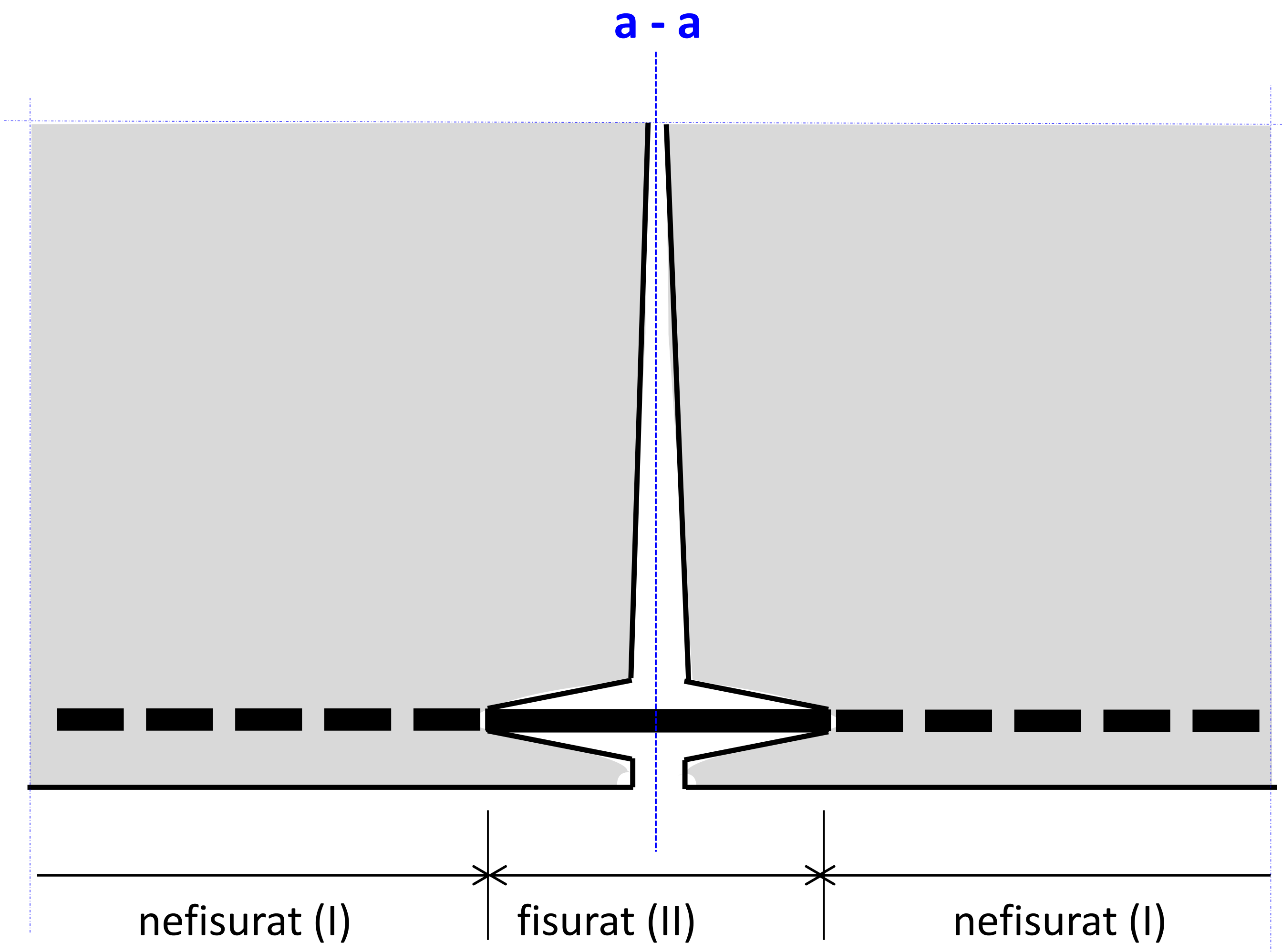
- Stadiul nefisurat (stadiul I) → contribuție totală a betonului întins nefisurat
→ rigiditate maximă

- Stadiul fisurat (stadiul II) → aderență pierdută, contribuția betonului întins dintre fisuri este neglijată
→ rigiditate minimă



(Prof. Clipii)

2. Simplified approach of deflection control / Controlul deformaţiilor prin calculul simplificat

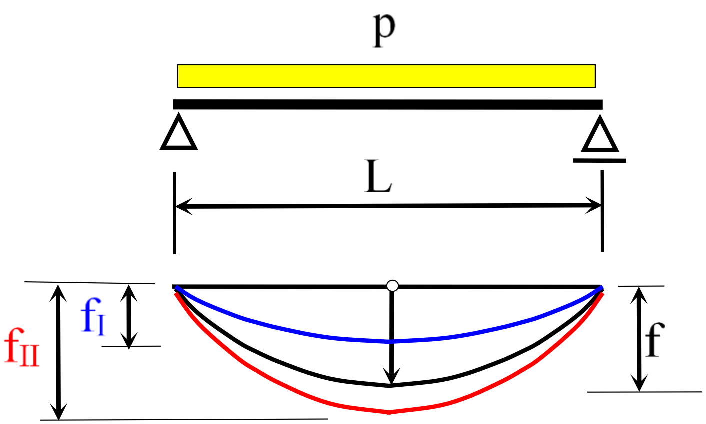


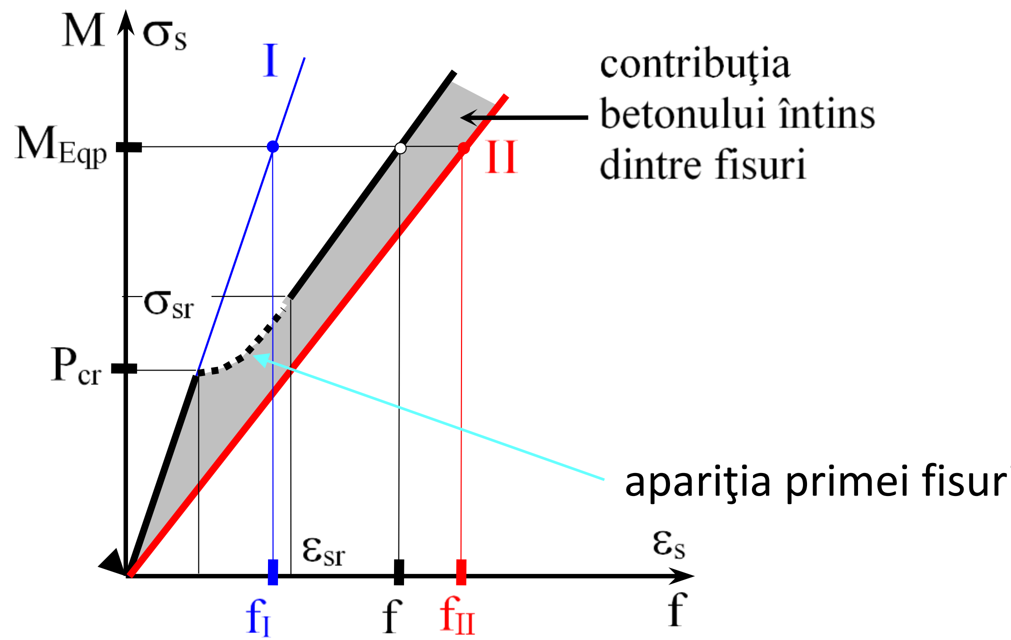
(Prof. Clipii)

2. Simplified approach of deflection control / Controlul deformaţiilor prin calculul simplificat

Corelaţia dintre:
- momentul încovoietor şi săgeata elementului (M – f)
- efortul unitar din armătură şi deformaţia specifică corespunzătoare ($\sigma_s - \varepsilon_s$)

Modurile de deformare ale unui element încovoiat



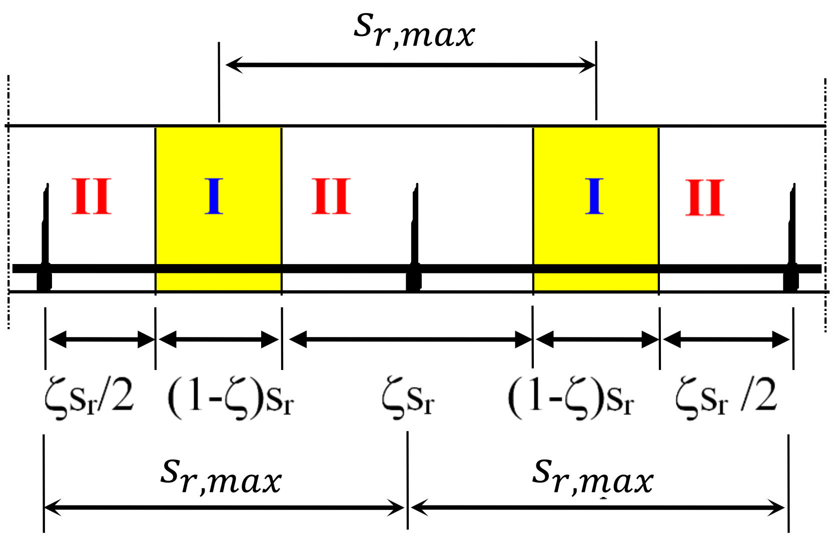


stadiul nefisurat (I)
stadiul fisurat (II)
deformata corespunzătoare comportării reale

(Prof. Clipii)

2. Simplified approach of deflection control / Controlul deformaţiilor prin calculul simplificat

Elementele din beton armat au o comportare intermediară între cele două situaţii, o parte din element fiind în stadiul nefisurat, iar alta în stadiul fisurat



O bună apreciere a comportării reale este dată de:

$$\alpha = (1-\zeta)\alpha_I + \zeta\alpha_{II}$$

unde

α - parametrul considerat, care poate fi **săgeată**, **curbură**, **rotaţie**, **deformaţie specifică**, **moment de inerţie**, **moment static, etc**.

α_I, α_{II} - valorile parametrului pentru stadiul nefisurat, respectiv pentru stadiul fisurat

ζ - coeficient de distribuţie, care ține seama de participarea betonului întins în secțiune (extinsă pe o lungime ζs_r). Dacă elementul este nefisurat pe toată lungimea lui, atunci $\zeta = 0$

(Prof. Clipii)

2. Simplified approach of deflection control / Controlul deformaţiilor prin calculul simplificat

$$\zeta = 1 - \beta\left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\right)^2$$

β coeficient care ține seama de influența duratei încărcării sau de repetarea încărcării asupra deformației specifice medii
$= 1{,}0$ în cazul unei încrăcări unice de scurtă durată
$= 0{,}5$ în cazul unei încărcări de lungă durată sau al unui mare număr de cicluri de încărcare

σ_s efortul unitar în armăturile întinse, calculat presupunând secțiunea fisurată

σ_{sr} efortul unitar în armăturile întinse, calculat presupunând secțiunea fisurată în condițiile de încărcare care provoacă prima fisură

$\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}$ se poate înlocui cu $\frac{M_{cr}}{M_{Eqp}}$ în cazul încovoierii

M_{cr} momentul de fisurare

M_{Eqp} momentul în combinaţia cvasipermanentă $(G + \psi_2 Q_k)$

(Prof. Clipii)

2. Simplified approach of deflection control / Controlul deformaţiilor prin calculul simplificat

Modelarea efectului curgerii lente

În cazul încărcărilor de o durată care provoacă **fluajul betonului**, deformația totală, incluzându-se fluajul, poate fi calculată

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)}$$

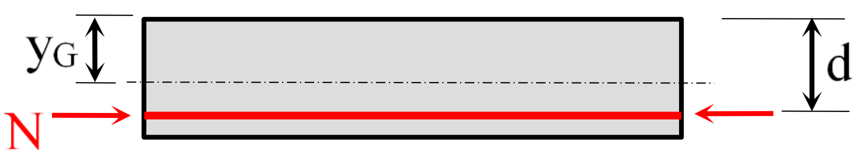
$\varphi(\infty, t_0)$ - coeficientul curgerii lente

(Prof. Clipii)

2. Simplified approach of deflection control / Controlul deformaţiilor prin calculul simplificat

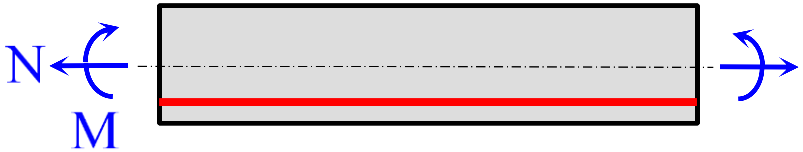
Modelarea efectului contracţiei

Beton simplu
Element neîncărcat – contracție liberă



Beton armat: forţa de compresiune în armătură (cauza: aderența)

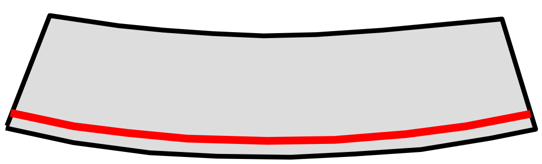
$$N = -\sigma_s A_s = -\varepsilon_{cs} E_s A_s$$



Pentru echilibrul elementului neîncărcat, asupra betonului va acţiona o forţă axială de întindere şi un moment încovoietor

$$N = \varepsilon_{cs} E_s A_s$$

$$M = N(d - y_G) = \varepsilon_{cs} E_s A_s (d - y_G)$$



Curbura corespunzătoare contracţiei împiedicate

$$\frac{1}{r_{cs}} = \frac{M}{E_c I} = \frac{\varepsilon_{cs} E_s A_s (d - y_G)}{E_c I}$$

(Prof. Clipii)

2. Simplified approach of deflection control / Controlul deformaţiilor prin calculul simplificat

Curburile datorate contracției, conform EC2

$$\frac{1}{r_{cs}} = \varepsilon_{cs}\alpha_e \frac{S_s}{I_c}$$

$\frac{1}{r_{cs}}$	curbura datorată contracției
ε_{cs}	deformația liberă de contracție
S_s	momentul static al secțiunii de armătură față de axa trecând prin centrul de greutate al secțiunii
I_c	momentul de inerție al secțiunii
α_e	coeficientul de echivalență efectivă, $\alpha_e = E_s/E_{c,eff}$

S_s și I_c se calculează pentru starea nefisurată (I) și pentru starea complet fisurată (II)

De fapt, efectul contracţiei se poate neglija deoarece curbura produsă de aceasta este de circa 4...6 ori mai mică decât curbura produsă de încărcări.

(Prof. Clipii)

2. Simplified approach of deflection control / Controlul deformaţiilor prin calculul simplificat

Calculul curburii sub efectul încărcării

Stadiul nefisurat (I)

$$\frac{1}{r_I} = \frac{M_{Eqp}}{E_{c,eff} \cdot I_I}$$

I_I momentul de inerție al secțiunii nefisurate

Stadiul fisurat (II)

$$\frac{1}{r_{II}} = \frac{M_{Eqp}}{E_{c,eff} \cdot I_{II}}$$

I_{II} momentul de inerție al secțiunii fisurate

Curbura produsă de încărcări se obţine prin interpolarea între cele două moduri de comportare cu relaţia
$\alpha = (1-\zeta)\alpha_I + \zeta\alpha_{II}$

$$\rightarrow \qquad \frac{1}{r} = (1-\zeta)\frac{1}{r_I} + \zeta\frac{1}{r_{II}}$$

1st SHORTCUT

$$\frac{1}{r} = (1-\zeta)\frac{1}{r_I} + \zeta\frac{1}{r_{II}}$$

$$\frac{1}{r} = (1-\zeta)\frac{M_{Eqp}}{E_{c,eff} I_I} + \zeta\frac{M_{Eqp}}{E_{c,eff} I_{II}}$$

$$\frac{1}{r} = \left[\underbrace{(1-\zeta)\frac{1}{I_I} + \zeta\frac{1}{I_{II}}}_{}\right]\frac{M_{Eqp}}{E_{c,eff}}$$

range of errors < 1%

$$I = (1-\zeta)I_I + \zeta I_{II}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{M_{Eqp}}{E_{c,eff} I}$$

(Prof. Clipii)

2. Simplified approach of deflection control / Controlul deformaţiilor prin calculul simplificat

Calculul curburii sub efectul contracţiei

2nd SHORTCUT

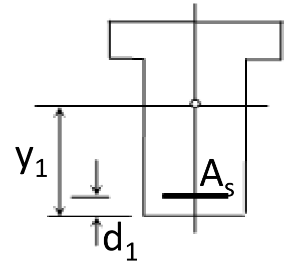
- based on 1st shortcut -

$$\frac{S_s}{I_c} = (1-\zeta)\frac{S_{sI}}{I_I} + \zeta\frac{S_{sII}}{I_{II}}$$

$$\frac{1}{r_{cs}} = \varepsilon_{cs}\alpha_e\frac{S_s}{I_c}$$

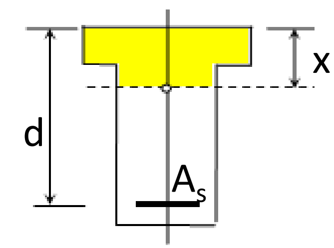
Stadiul nefisurat (I)

$$\frac{1}{r_{csI}} = \varepsilon_{cs}\alpha_e\frac{S_{sI}}{I_I}$$



I_I momentul de inerție al secțiunii nefisurate

$S_{sI} = A_s(y_1 - d_1)$ momentul static al armăturii în raport cu axa neutră a secţiunii brute de beton



Stadiul fisurat (II)

$$\frac{1}{r_{csII}} = \varepsilon_{cs}\alpha_e\frac{S_{sII}}{I_{II}}$$

I_{II} momentul de inerție al secțiunii fisurate

$S_{sII} = A_s(d - x)$ momentul static al armăturii în raport cu axa neutră a secţiunii armate fisurate

Curbura produsă de contracţie se obţine prin interpolarea între cele două moduri de comportare cu relaţia $\alpha = (1-\zeta)\alpha_I + \zeta\alpha_{II}$

$$\rightarrow \quad \frac{1}{r_{cs}} = (1-\zeta)\frac{1}{r_{csI}} + \zeta\frac{1}{r_{csII}}$$

(Prof. Clipii)

2. Simplified approach of deflection control / Controlul deformaţiilor prin calculul simplificat

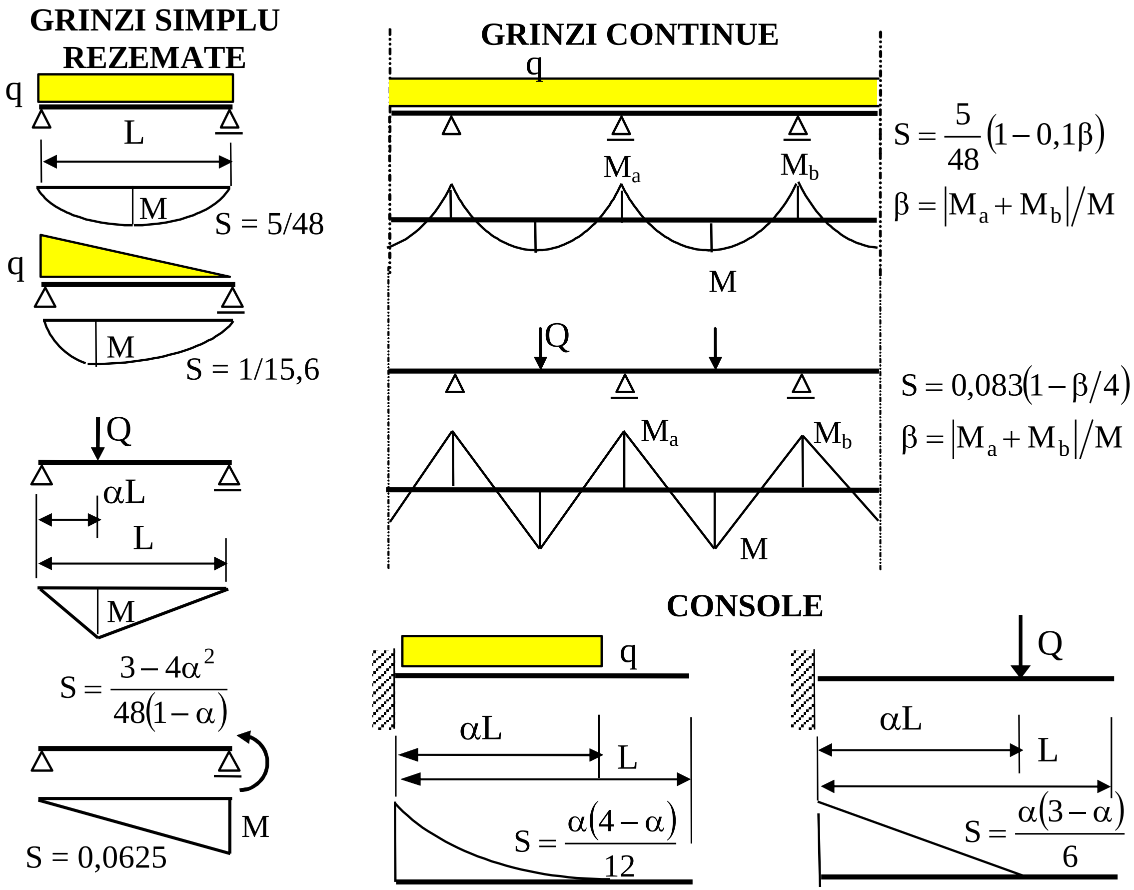
Calculul săgeţii sub efectul cumulat al încărcării şi contracţiei

$$f = SL^2\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_{cs}}\right)$$

3rd shortcut

- neglecting shrinkage
- using relations (1) & (3)

$$f = SM_{Eqp}L^2\left(\frac{1-\zeta}{E_{c,eff}I_I} + \frac{\zeta}{E_{c,eff}I_{II}}\right)$$



(Prof. Clipii)

1. CONSIDERAȚII GENERALE

2. CONTROLUL DEFORMAŢIILOR PRIN CALCULUL SIMPLIFICAT

3. CONTROLUL DEFORMAŢIILOR FĂRĂ CALCUL DIRECT

CONTROLUL DEFORMAŢIILOR FĂRĂ CALCUL DIRECT

Nu este necesară calculul săgeții, dacă

$$\left(\frac{L}{d}\right) \leq \left(\frac{L}{d}\right)_{lim}$$

Unde

$$\left(\frac{L}{d}\right)_{lim} = K\left[11 + 1{,}5\sqrt{f_{ck}}\frac{\rho_0}{\rho} + 3{,}2\sqrt{f_{ck}}\left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1\right)^{3/2}\right] \qquad \text{dacă } \rho \leq \rho_0$$

$$\left(\frac{L}{d}\right)_{lim} = K\left[11 + 1{,}5\sqrt{f_{ck}}\frac{\rho_0}{\rho-\rho'} + \frac{1}{12}\sqrt{f_{ck}\frac{\rho'}{\rho_0}}\right] \qquad \text{dacă } \rho > \rho_0$$

$\frac{L}{d}$ valoarea limită a raportului deschidere/înlțime

K coeficient care ține seama de diferitele sisteme structurale

$\rho_0 = \sqrt{f_{ck}} \cdot 10^{-3}$ procentul de armtură de referință

ρ procentul de armături de întindere necesar la mijlocul deschiderii

ρ' procentul de armături de compresiune necesar la mijlocul deschiderii

(Prof. Clipii)

3. Deflection control without calculation/ Controlul deformaţiilor fără calcul direct

CONTROLUL DEFORMAŢIILOR FĂRĂ CALCUL DIRECT

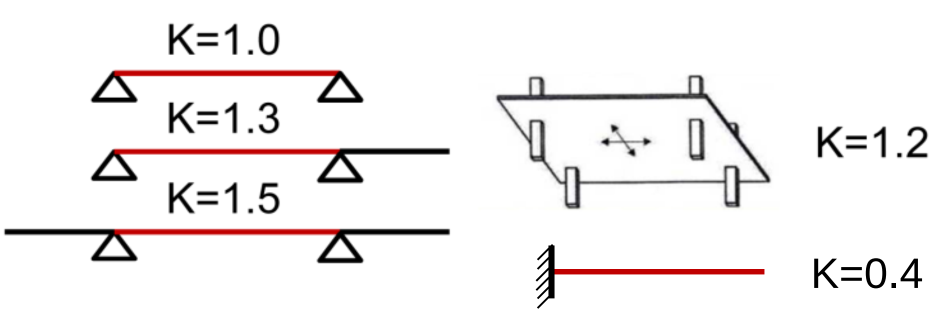
Nu este necesară calculul săgeții, dacă

$$\left(\frac{L}{d}\right) \leq \left(\frac{L}{d}\right)_{lim}$$

Unde

$$\left(\frac{L}{d}\right)_{lim} = K\left[11 + 1{,}5\sqrt{f_{ck}}\frac{\rho_0}{\rho} + 3{,}2\sqrt{f_{ck}}\left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1\right)^{3/2}\right] \qquad \text{dacă } \rho \leq \rho_0$$

$$\left(\frac{L}{d}\right)_{lim} = K\left[11 + 1{,}5\sqrt{f_{ck}}\frac{\rho_0}{\rho-\rho'} + \frac{1}{12}\sqrt{f_{ck}\frac{\rho'}{\rho_0}}\right] \qquad \text{dacă } \rho > \rho_0$$



Sistem structural	K	Beton puternic solicitat ρ = 1,5 %	Beton puțin solicitat ρ = 0,5 %
Grindă simplu rezemată, placă simplu rezemată descărcând pe una sau două direcții	1,0	14	20
Travee marginală a unei grinzi continue, a unei plăci continue descărcând pe o direcție sau a unei plăci continue în lungul laturii mari şi descărcând pe două direcții	1,3	18	26
Travee intermediară a unei grinzi sau plăci descărcând pe una sau două direcții	1,5	20	30
Planşeu dală – pentru deschiderea cea mai mare	1,2	17	24
Consolă	0,4	6	8

3. Deflection control without calculation/ Controlul deformaţiilor fără calcul direct

Corecții la formulă

1) Corecții pentru $\boldsymbol{\sigma_s}$

$\left(\frac{L}{d}\right)_{lim}$ s-a stabilit admițând că efortul unitar în armătură, pentru o secțiune fisurată la mijlocul deschiderii unei grinzi sau plăci, sau pe reazeme în cazul consolelor, este egal cu $500\ MPa$ (aproximativ $f_{yk} = 500\ MPa$) sub încărcările de calcul la SLS.

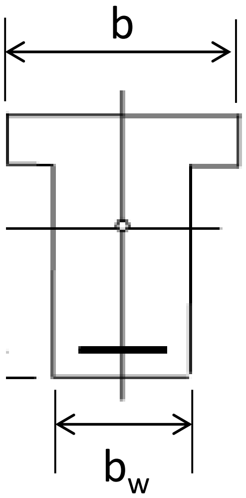
Dacă $\sigma_s \neq 310\ MPa$, valorile obținute se multiplică cu

$$\frac{310}{\sigma_s} = \frac{500}{f_{yk}} \frac{A_{s,req}}{A_{s,prov}}$$

$A_{s,prov}$ aria de armătură prevăzută în secțiunea considerată
$A_{s,req}$ aria de armtură necesară în secțiune la SLU

3. Deflection control without calculation/ Controlul deformaţiilor fără calcul direct

Corecții la formulă



2) Corecții pentru secțiuni T

Dacă $b/b_w \geq 3$, atunci $\left(\frac{L}{d}\right)_{lim}$ se va multiplica cu 0,8

3) Cazul grinzilor și plăcilor, rezemați pe pereți despritori care pot fi deteriorați dacă săgețile sunt excesive

și deschiderea depășește 7 m → $\left(\frac{L}{d}\right)_{lim}$ se va multiplica cu $7/L_{eff}$

și deschiderea depășește 8,5 m → $\left(\frac{L}{d}\right)_{lim}$ se va multiplica cu $8{,}5/L_{eff}$

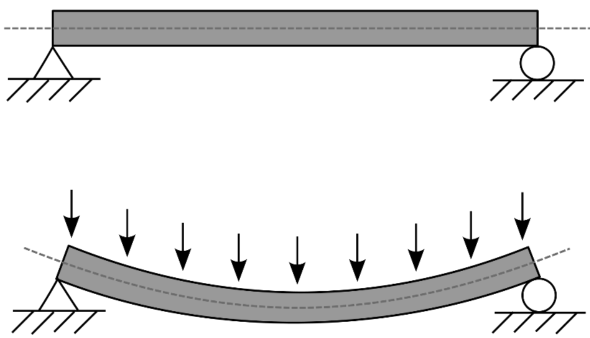
3. Deflection control without calculation/ Controlul deformaţiilor fără calcul direct

Observații finale

PC52 → A_s ↗ → f_{PC52}

S500 → A_s ↘ → f_{S500}

→ $f_{PC52} < f_{S500}$



Dr. NAGY-GYÖRGY Tamás
Profesor

E-mail: tamas.nagy-gyorgy@upt.ro

Tel: +40 256 403 935

Web: http://www.ct.upt.ro/users/TamasNagyGyorgy/index.htm

Office: A219

MULȚUMESC FRUMOS PENTRU ATENȚIE!